
Cours: Calcul littéral (Partie 2)

Veillez lire le cours attentivement et reprendre les exemples.

I.) Réduire une expression littérale

Cette partie est traitée en classe.

II.) Développement

1.) Activité

1.) À la rentrée scolaire un père de famille achète un sac à 27 euros et une calculatrice à 37 euros pour chacun des 3 enfants. Calculer de deux manières le montant de la dépense de ce père de famille.

2.) a, b et k désignent des nombres relatifs.

Recopier et compléter : $k \times (a + b) = \dots \times \dots + \dots \times \dots$

On dit que l'on a **développé** le produit $k \times (a + b)$.

2.) Définition

Développer un produit, c'est le transformer en une somme algébrique.

Propriété 1 : Distributivité simple

Soient a, b et k des nombres relatifs :

1. $k(a + b) = ka + kb$

2. $k(a - b) = ka - kb$

Exemples :

Développer $A = 7(2x + 4)$

$$A = 7(2x + 4)$$

$$A = 7 \times 2x + 7 \times 4$$

$$A = 14x + 28$$

Développer $B = -3(x - 5)$

$$B = -3(x - 5)$$

$$B = -3 \times x - (-3) \times 5$$

$$B = -3x + 15$$

Développer $C = 2x(x - 6)$

$$C = 2x(x - 6)$$

$$C = 2x \times x - 2x \times 6$$

$$C = 2x^2 - 12x$$

Propriété 2 : Distributivité double

Soient a, b, c et d des nombres relatifs :

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

Développer $A = (x + 4)(x + 2)$

$$A = x(x + 2) + 4(x + 2)$$

$$A = x \times x + x \times 2 + 4 \times x + 4 \times 2$$

$$A = x^2 + 2x + 4x + 8$$

$$A = x^2 + 6x + 8$$

Développer $B = (x - 3)(x - 5)$

$$B = (x - 3)(x - 5)$$

$$B = x \times (x - 5) + (-3) \times (x - 5)$$

$$B = x \times x + x \times (-5) - 3 \times x - 3 \times (-5)$$

$$B = x^2 - 5x - 3x + 15$$

$$B = x^2 - 8x + 15$$

Propriété 3 : Identité remarquable

Soient les nombres a et b :

$$\spadesuit. (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration : on utilise la double distributivité

$$(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a + b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Exemples :

Développer $A = (2x+4)(2x-4)$	Développer $B = (x-5)(x+5)$	Développer $C = (2x+6)(2x-6)$
$A = (2x + 4)(2x - 4)$	$B = (x - 5)(x + 5)$	$C = (2x + 6)(2x - 6)$
$A = (2x)^2 - 4^2$	$B = x^2 - 5^2$	$C = (2x)^2 - 6^2$
$A = 4x^2 - 16$	$B = x^2 - 25$	$C = 4x^2 - 36$

Solution de l'activité

1.) Calculons de deux manières le montant de la dépense de ce père de famille.

méthode 1 :

Le père de famille dépense $27 + 37 = 64$ pour chaque enfant.

Pour les trois enfants il dépense donc $3 \times (27 + 37) = 3 \times 64 = 192$ euros

méthode 2 :

Le père de famille dépense $3 \times 27 = 81$ pour acheter trois sacs et

$3 \times 37 = 111$ pour acheter trois calculatrices pour les enfants.

Le père dépense donc $3 \times 27 + 3 \times 37 = 81 + 111 = 192$ euros

On trouve le même résultat donc $3 \times (27 + 37) = 3 \times 27 + 3 \times 37$.

2.) Recopions et complétons $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

III.) Factorisation

1.) Définition :

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en un produit.

Pour factoriser une somme algébrique, les méthodes par recherche d'un facteur commun et par identité remarquable sont utilisées.

2.) Par recherche d'un facteur commun :

Méthode :

Factoriser $A = 3x + 15$ à l'aide de la formule $ka + kb = k(a + b)$ de la **propriété 1** :

- Étape 1 :

On décompose le plus possible pour faire apparaître un facteur commun.

$$A = 3 \times x + 3 \times 5$$

$$A = 3 \times x + 3 \times 5$$

- Étape 2 :

Il faut identifier k, a, b

$$k = 3, a = x \text{ et } b = 5$$

- Étape 3 :

On factorise sous la forme $k(a + b)$

$$A = 3(x + 5)$$

$$A = 3(x + 5)$$

Exemples :

$$\text{Factoriser } A = 2x^2 - 3x$$

$$A = 2x \times x - 3 \times x$$

$$A = 2x \times x - 3 \times x$$

$$A = x(2x - 3)$$

$$\text{Factoriser } B = 15 - 5x$$

$$B = 5 \times 3 - 5 \times x$$

$$B = 5 \times 3 - 5 \times x$$

$$B = 5(3 - x)$$

$$\text{Développer } C = 4x^2 + 4x$$

$$C = 4x \times x + 4x$$

$$C = 4x \times x + 4x \times 1$$

$$C = 4x(x + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } D &= (2x - 3)(x + 4) - (2x - 3)(3x - 6) \\ D &= (2x - 3)(x + 4) - (2x - 3)(3x - 6) \\ D &= (2x - 3)[(x + 4) - (3x - 6)] \\ D &= (2x - 3)(x + 4 - 3x + 6) \\ D &= (2x - 3)(-2x + 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } E &= (5 - x)(x + 2) - 3(5 - x)^2 \\ E &= (5 - x)(x + 4) - 3(5 - x)(5 - x) \\ E &= (5 - x)[(x + 4) - 3(5 - x)] \\ E &= (5 - x)(x + 4 - 15 + 3x) \\ E &= (5 - x)(4x - 9) \\ E &= (5 - x)(4x - 9) \end{aligned}$$

3.) En utilisant l'identité remarquable

Rappel : soient a et b des nombres relatifs :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemples :

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } A &= x^2 - 9 \\ A &= x^2 - 3^2 \\ A &= (x - 3)(x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } B &= 16 - 4x^2 \\ B &= 4^2 - (2x)^2 \\ B &= (4 - 2x)(4 + 2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } C &= (x - 2)^2 - 36 \\ C &= (x - 2)^2 - 6^2 \\ C &= (x - 2 - 6)(x - 2 + 6) \\ C &= (x - 8)(x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } D &= 25 - (3x - 8)^2 \\ D &= 5^2 - (3x - 8)^2 \\ D &= (5 - (3x - 8))(5 + (3x - 8)) \\ D &= (5 - 3x + 8)(5 + 3x - 8) \\ D &= (13 - 3x)(-3 + 3x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Factoriser } E &= (x + 2)^2 - (2x - 5)^2 \\ E &= (x + 2 - (2x - 5))(x + 2 + (2x - 5)) \\ E &= (x + 2 - 2x + 5)(x + 2 + 2x - 5) \\ E &= (-x + 7)(3x - 3) \end{aligned}$$

Devoir Maison

Veillez faire une rédaction soignée de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte.

Exercice 1

1.) Réduire les expressions littérales suivantes :

$$A = 2a + 4a + 3b - 2b + 3 - 7$$

$$B = 2x + 4t - 2y + 4x - 5t + 4 + 3y - 7$$

$$C = 5x^2 + 3x - 3x^2 - 4 + 4x - 3$$

2.) En utilisant la règle des signes, supprimer les parenthèses et réduire les expressions suivantes :

$$f = (2x + 3) + (3x - 2)$$

$$g = (3x + 4) - (4x^2 - 3) + 2x^2 - x$$

$$h = 7 - x - (-2x^2 - 3) + (3x - 4) + 3x^2$$

Exercice 2

1.) En utilisant la distributivité simple, développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 2(x + 3)$$

$$B = 3x(x - 5)$$

$$C = 4(3x^2 - 2x) - x(x - 3)$$

2.) En utilisant la distributivité double, développer puis réduire les expressions suivantes :

$$D = (x + 2)(x - 5)$$

$$E = (3x - 4)(2x - 5)$$

$$F = (x - 4)(x + 1) + (2x - 3)(x - 2)$$

3.) En utilisant l'identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, développer les expressions :

$$G = (x - 1)(x + 1)$$

$$H = (5x - 3)(5x + 3)$$

$$I = (4x + 3)(4x - 3)$$

Exercice 3

1.) En déterminant le facteur commun, factoriser les expressions suivantes :

$$A = 2x^2 - 10x$$

$$B = (x + 2)(2x - 3) + (x + 2)(x - 1)$$

$$C = (3x - 4)(2x + 4) - (2x + 4)(4x - 2)$$

2.) En utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, factoriser les expressions :

$$D = x^2 - 4$$

$$E = 25 - 9x^2$$

$$F = (x - 2)^2 - 64$$

$$G = (2x + 3)^2 - (3x - 5)^2$$

Bon courage!!!